２．物理量

自然の定量的理解を目指す自然科学では実験によってある量（物理量）を測定し，そこから自然の姿を読み解こうとする．この意味で物理量の取り扱いは自然科学という営みの本質にかかわる．この章では物理量の性質と表し方，実験で得られる結果の取り扱いの概略を述べる．

２．１　物理量と単位

■物理量　自然を記述するには様々な量を用いて定量的な記述を行う必要がある．たとえば，「温かい空気は冷たい空気より軽い」という文は，「重い・軽い」を同じ量の物質について比較しているという常識を前提にすれば，科学的に正しい．しかし熱気球を飛ばすにはどれだけ軽いかがわからないわけで，どれだけ軽いかを定量的に表せば，熱気球について具体的な計算を行えるし，温度がどれだけ違うと「密度がどれだけ変わるのか」といった問いを設定し，より詳細に「空気」の性質について議論を進めることができる．この意味で自然を定量的に記述することは自然科学にとって必須である．定量的に記述される性質を一般に**物理量**という．

物理量の例として「長さ」を考えよう．「一万円札の幅」は具体的な「長さ」であり，これを一円玉の直径を単位として測っても，物差しで cm を単位にして測っても，実体としては同じである．ただし，いずれの方法をとるかによって見かけの数は異なる．したがって，「長さ」という属性は「数値 x 長さの単位」によって特徴付けられることになる．つまり「長さ = 数値 x 長さの単位」である．これはどんな物理量でも同じである．したがって，一般に

$$\text{物理量} = \text{数値} \times \text{単位} \tag{2.1.1}$$

の関係がある．無次元量と呼ばれる特殊な物理量を除き，数値だけで物理量を表すことは不可能なことを銘記すべきである．

単位は「おまけ」ではない．「1 [kg]」のように単位を括弧書きするのは，（高校までの教育ではともかく）自然科学の一般常識としては明確な誤りである．「1

表 2.1　物理量と単位の記号の表記法

物理量の記号
ラテン文字かギリシャ文字の一文字で表す
斜体（イタリック体）を使う
添え字はその意味に従って斜体か立体
例：C_p：定圧熱容量（p は圧力）
C_{He}：物質 He の熱容量
単位の記号
立体（ローマン体）を使う
複数になっても変わらない
省略記号（.）はつけない
単位の積を積の記号無しで書くときはスペースを入れる
割り算が複数ある場合は括弧で曖昧さを除く

kg」のように括弧を使わずに表記するのが正しい．表記法については後述する．また,「一万円札の幅」の例でわかる通り，物理量の名称と単位は無関係である．「長さ」を「メートル数」と呼ばないように,「物質量」という物理量を「モル数」と呼んではならない．

■表記法　物理量と単位の記号については表 2.1 のような約束に従うのが一般的である．はじめは煩雑に見えるが，合理的な約束であり慣れると非常に便利である．自然科学の現場では，高校までのように物理量の数値のみを文字（記号）で表すのは非常にまれである．　注意したい．よく使われる物理量に対する記号を表 2.2 にまとめておく．時間と温度のように同じ記号を使うものもあるが，教科書や論文では文脈によって曖昧さ無くいずれか特定できるのが普通である．

　表記法はグラフの書き方にも関係する．式(2.1.1)は

$$\text{数値} = \text{物理量} \div \text{単位} \tag{2.1.2}$$

と変形することができる．グラフの座標軸は数値を表すのが普通であるから,「m / kg」（スラッシュ前後のスペースは必須ではない）のように座標軸をラベルしなければならない．このような表記法に従ったグラフの例を図 2.1 に示す．複数の割り算による曖昧さをなくすために縦軸のラベルを「C_p / J K^{-1} g^{-1}」としている．これは，表 2.1 の約束により，たとえば「C_p / [J/(K g)]」としても構わないが,「C_p

表 2.2　物理量の標準的記号（抜粋）

長さ	l	（原子の）主量子数	n
面積	A	（原子の）軌道量子数	l
体積	V	（原子の）磁気量子数	m
時間	t	スピン量子数	s
振動数	ν	アボガドロ定数	N_A
角振動数	ω	気体定数	R
質量	m	ボルツマン定数	k_B
圧力	p	プランク定数	h
電流	I	電気素量	e
電場	E	化学ポテンシャル	μ
磁場	H	平衡定数	K
温度	T, t	解離度	α
物質量	n	活量	a

/ J/K/g」としてはいけない.

２．２　国際単位系

■国際単位系（SI 単位）　物理量を記号で表すことにすれば物理法則はどのような単位を使うかに依存しない形で書き表すことができる．この意味で，法則

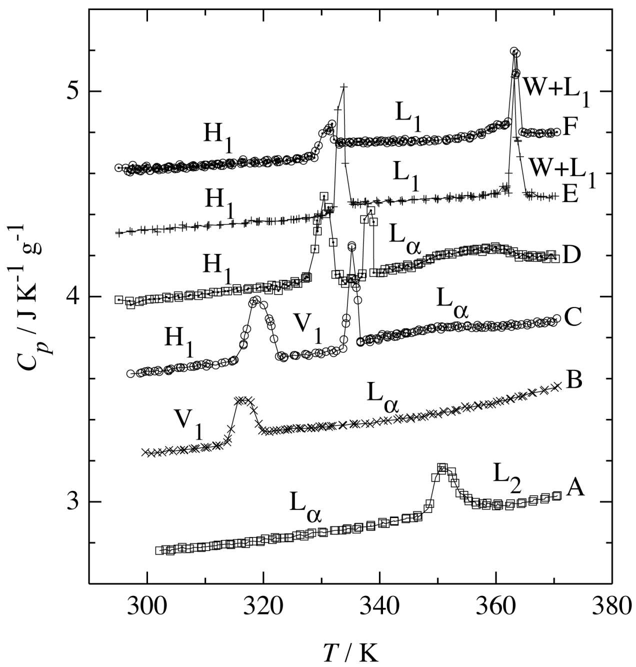

図 2.1　グラフの例．質量あたりの定圧熱容量（C_p）の温度（T）依存性.

にまで達してしまえば単位はどうでも良いともいえる．しかし，自然科学は自然を対象に観察・実験に基づいて研究されるわけだし，個人では無く人類全体の営みである．このため，観察・実験の結果を相互に比較する必要がある．このために現在，広く使われている単位系は国際単位系（SI，SI 単位ということもある）である．

自然の記述にどれだけの単位が必要であるかは自然の理解の程度に依存する．熱力学を例にとると，熱の本性が明らかになって熱力学第一法則が確立するまでは「熱」と「仕事」は別々の単位で測定する必要があった．両者がエネルギー移動の形態であることがわかると，これらの間の比例係数を 1 になるように単位を定めることによって，熱のための特別な単位は不要になったのである．一方で，化学で多用するモルは物質量の単位で，物質を特定すれば質量で表すことも不可能ではない．しかし，化学では物質量の比較が必要であるから基本単位として残されている．この意味で，単位系の設定は，「自然の理解」と「自然科学の文化」に依存しているともいえる．

■基本単位　国際単位系では，独立な物理量として「長さ」，「質量」，「時間」，「電流」，「温度」，「物質量」，「光度」の七つを選び，これらに基本単位を与えている．基本単位の定義は不変では無く，科学技術の発展と共に変遷している．この変遷は基本的には普遍性を高める方向であり，より具体的には「人造物」から「自然現象に基づく普遍量」へと変化している．以下では現在の定義を元に説明を行っているが，2011 年に開催された国際度量衡総会で，質量，電流，温度，物質量の基本単位の定義をより普遍性の高いものへと改訂する方針が決定された．数年の内にこれらの基本単位ついては定義が改訂される予定である．

時間の SI 基本単位は**秒**で，その記号は **s** である．（ここでは強調のために単位記号をボールド体で表記しているので注意せよ．以下同じ．）1 **s** は，もともと 1 分の 60 分の 1，1 日の 86400 分の 1 の時間として定められていたが，地球の自転速度が一定で無いことが明らかになったりしたため，現在では ^{133}Cs 原子の基底状態の二つの超微細準位間の遷移に対応する放射の 9,192,631,770 周期の継続時間と定義されている．

長さの SI 基本単位は**メートル**で，その記号は **m** である．光速が不変であるという事実に基づいて, 1 s の 299,792,458 分の 1 に光が真空中を伝わる行程の長さと定義されている．もともとは「地球の北極から赤道までの子午線の長さの 1000 万分の 1」と定義された（1791 年，フランスにて）．大規模な測量の結果を基に「メートル原器」が作成され（1799 年），1875 年のメートル条約で「0 ˚C におけるメートル原器の目盛り線の間隔」とメートルは定義し直された．目盛り線の幅だけ不確定性が残ることなどからより普遍的な定義が模索され，1960 年の「クリプトン原子の遷移に対応する光の波長」に基づく定義を経て，1983 年に現在の定義に至っている．

質量の SI 基本単位は**キログラム**で，その記号は **kg** である．他の SI 基本単位とは異なり，「国際キログラム原器」の質量と定義されている．メートル原器による「メートル」を基に，「1 dm^3 の水の質量」に等しくなるように国際キログラム原器は作られたという．原器による定義を残しているが，より普遍的な定義の可能性が探究されており，近い将来，国際キログラム原器は国際メートル原器同様，歴史的遺産になると考えられる．

電気量に関する基本物理量としては**電流**が選ばれており，その SI 基本単位は**アンペア**で，記号は **A** である．真空中に 1 m の間隔で並行に置かれた無限に小さい円形断面積を有する無限に長い二本の直線状導体のそれぞれを流れ，これらの導体の長さ 1 m 毎に $2 \cdot 10^{-7}$ N の力を及ぼしあう一定の電流の大きさとして定義されている．時間，長さ，質量の定義を基に力の大きさを定義できるからこのような定義が可能なのである．**電気量**は「時間 x 電流」で与えられ基本単位では A s という単位を持つことになるが，後述の補助単位である**クーロン**（記号は **C**）が広く用いられる．1 C = 1 A x 1 s，つまり C = A s である．

温度（熱力学温度）の SI 基本単位は**ケルビン**で，その記号は **K** である．1 K は，水の三重点の熱力学温度の 1/273.16 である．熱力学温度は絶対温度と呼ばれることもある．温度は，日常的な感覚として定数倍や 0 を実感できない物理量であり，その正しい理解には熱力学が必要である．温度は他の基本物理量に比べて特に測定が困難なため，その困難を軽減するために**国際（実用）温度目**

盛が SI 単位とは別に定められている．

日常的によく使う摂氏温度（t，単位は℃）は，もともと水の氷点と沸点を用いて定義されていたが，現在では熱力学温度（T，単位は K）を使って

$$(T/\mathrm{K}) = (t/^{\circ}\mathrm{C}) + 273.15 \qquad (2.2.1)$$

と定義し直されている．温度差としての 1 ℃は 1 K と厳密に等しいが，水の氷点や沸点は定義には関係しないので，測定の対象であり，実際，精密な測定によれば 1 気圧（1013.25 hPa）における水の沸点は約 99.974 ℃である．

物質量の SI 基本単位は**モル**で，その記号は **mol** である．1 mol は，0.012 kg の ^{12}C の中に存在する原子の数と等しい数の要素粒子を含む系の物質量である．モルを使うときは要素粒子を指定しなければならない．

光度の SI 基本単位は**カンデラ**で, その記号は **cd** である. 1 cd は, 周波数 $540 \cdot 10^{12}$ Hz の単色放射を放出し, 所定の方向におけるその放射強度が 1/683 W sr^{-1} である光源の，その方向における光度と定義されている．

■SI 補助単位と組立単位　電気量の単位クーロンのように SI 基本単位から構成されるが特別の名称と単位記号を持つものがある．このような単位を**組立単位**という．一方，角度（平面角）のように無次元になってしまうが何を表すかを明示した方が便利な物理量に対し，SI は次元を持たない特別な単位を補助単位と呼んで使用を認めている．こうした単位を表 2.3 に示す．

表 2.3　SI 補助単位と組立単位

物理量	単位名	記号	定義	物理量	単位名	記号	定義
周波数	ヘルツ	Hz	s^{-1}	磁束密度	テスラ	T	V s m^{-2}
力	ニュートン	N	m kg s^{-2}	磁束	ウェーバ	Wb	V s
圧力	パスカル	Pa	N m^{-2}	インダクタンス	ヘンリー	H	V A^{-1} s
エネルギー仕事, 熱	ジュール	J	N m	セルシウス温度	セルシウス度	℃	K
仕事率	ワット	W	J s^{-1}	照度	ルクス	lx	cd sr m^{-2}
電荷	クーロン	C	A s	放射能	ベクレル	Bq	s^{-1}
電位, 起電力	ボルト	V	J C^{-1}	吸収線量	グレイ	Gy	J kg^{-1}
電気抵抗	オーム	Ω	V A^{-1}	線量当量	シーベルト	Sv	J kg^{-1}
コンダクタンス	ジーメンス	S	Ω^{-1}	平面角	ラジアン	rad	m m^{-1}
静電容量	ファラド	F	C V^{-1}	立体角	ステラジアン	sr	m^2 m^{-2}

表 2.4　SI 接頭語

倍数	接頭語	記号	倍数	接頭語	記号
10^{-1}	デシ	d	10^{1}	デカ	da
10^{-2}	センチ	c	10^{2}	ヘクト	h
10^{-3}	ミリ	m	10^{3}	キロ	k
10^{-6}	マイクロ	μ	10^{6}	メガ	M
10^{-9}	ナノ	n	10^{9}	ギガ	G
10^{-12}	ピコ	p	10^{12}	テラ	T
10^{-15}	フェムト	f	10^{15}	ペタ	P
10^{-18}	アト	a	10^{18}	エクサ	E
10^{-21}	ゼプト	z	10^{21}	ゼタ	Z
10^{-24}	ヨクト	y	10^{24}	ヨタ	Y

■SI 接頭語　自然を定量的に記述する場合，素粒子の様な非常に小さいものから宇宙のように非常に大きなものまでを扱う必要がある．そこで SI ではこうした場合には基本単位に接頭語をつけて定数倍を表すことになっている．一覧を表 2.4 に示す．接頭語は立体で印刷し，接頭語と単位記号の間にはスペースを入れてはならない．接頭語と単位記号を併用した場合は新しい一つの記号と見なす決まりである．つまり，km^3 は$(\mathrm{km})^3$ の意味であって $\mathrm{k}(\mathrm{m}^3)$ではない．また，接頭語は単独では使わないことや，複数の接頭語を用いてはならないことも決まっている．なお，質量の基本単位であるキログラムは特別で，1 kg は 10^3 g として扱い，g を基本単位のように扱って接頭語をつけることになっている．

２．３　測定値

■誤差 自然の定量的理解を目指す自然科学では実験によって物理量を測定し，そこから自然の姿を読み解こうとする．多くの場合，測定している物理量には真の値がある（本質的に量子力学的現象ではここで書いた意味での真値が存在しない実験もある）．これを**真値**という．一般に測定の結果は真値とは異なる．測定で得られた値（**測定値**）と真値の差を**誤差**という．この意味で実験を通して決め得る量は真値の近似値であり，最も確からしい値（**最確値**）を求めるこ

とが重要になる．測定値と最確値の差は**残差**といって誤差とは区別する．

誤差は一般に偶然誤差と系統誤差に区別される．**系統誤差**は測定値に対していつも（基本的には）同じ誤差を与える誤差であり，簡単な例として，同じ物差しで長さを測るときに目盛りが狂っている場合をあげることができる．もともと物差しにはある決まった温度で正しく目盛りが刻まれているから，異なる温度でその物差しをつかえば熱膨張の影響で必ず同じだけずれた測定値が得られる．このような系統誤差は，原理的には適当な方法で除くことができる．一方，このような系統誤差とは別に，どんなに実験技術を向上しても偶然に支配されて除ききれない誤差がある．これを**偶然誤差**という．偶然誤差は一般に真値に対し大きい側と小さい側に小さなばらつきとして現れる．一つ一つの測定値に対しては必ず偶然誤差が伴うが，測定を多数回行えば，**統計学**の助けを借りることにより最確値を求めることができる．残差の二乗の和（残差二乗和）を最小にするように最確値を推定する**最小二乗法**が代表的である．同じ測定を繰り返し，その結果の算術**平均**によって最確値を決定するのも最小二乗法の一種である．最確値の推定などについては統計学の教科書などを参照されたい．

一連の測定を行ったとき，それぞれの測定値の精密さを表す量としては標準偏差を用いることが多い．標準偏差（σ）は，それぞれの測定値（$i = 1$ - n）の誤差を x_i とすると

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i x_i^2}{n}} \qquad (2.3.1)$$

で与えられる．系統誤差が完全に除かれた実験では，標準偏差は残差 d_i を用いると

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i d_i^2}{n-1}} \qquad (2.3.2)$$

となる．このことは，系統誤差を完全に除けば，測定回数を増やすことによって測定の標準偏差は（原理的には）いくらでも小さくできることを示している．最確値の標準偏差（σ_{mp}）は

$$\sigma_{\mathrm{mp}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_i d_i^2}{n(n-1)}} \tag{2.3.3}$$

で与えられる．

■精度と確度　自然科学にとって高精度・高確度の測定が望ましいことはいうまでもないが，実際には系統誤差の原因をすべて特定して，補正を行うことは困難であるから，測定の精密さは標準偏差の大きさだけでは判定できない．測定値が真値に近い測定を**確度**が高い測定という．これに対し，標準偏差の小さい測定を**精度**が高い測定という．同じ測定を繰り返す場合には，精度は**再現性**と言い換えてもよい．

精度と確度は独立であり，高精度・低確度の測定も，低精度・高確度の測定もあり得る．図 2.2 は人為的に作った高精度・低確度の測定結果（○）と低精度・高確度の測定結果（×）である．後者は $f(x)$ が $x = 25 - 35$ で約 10 というほぼ一定値をとることを正しく反映しているが，$x = 30$ におけるへこみを正しく捉えられていない．一方，前者は，$x = 30$ におけるへこみを x 依存性も含めて正しく捉えているが，$f(x)$ が x の増大につれて増大し，$x = 35$ 付近では約 15 にも達する結果となっており，絶対値としての信頼性に乏しい．

一般に，物理量の量的振る舞いに注目して問題を取り扱うにすることを**定量的**取り扱いという．これに対し，量的変化の詳細に立ち入らずに問題を取り扱うことを**定性的**取り扱いという．新しい現象・原理の発見には定性的研究が，その精緻な記述には定量的研究が必要となることが多いが，これらは完全な対

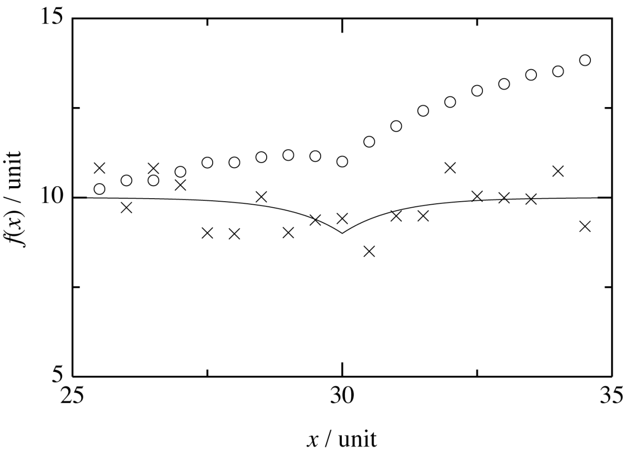

図 2.2　二種類の実験の結果．真値が実線であれば，○は高精度・低確度の測定，×は低精度・高確度である．

立関係にあるわけではなく，むしろ相補的である．たとえば，図 2.2 で，低精度・高確度の測定手法によって $f(x)$がほぼ一定にとどまることが確立されていれば，その後の高精度・低確度の測定手法によって「$x = 30$ におけるへこみ」という新しい現象が発見され，真値が実線のような依存性を持つことが明らかになって，自然の理解が深まることになる．この意味で，研究の発展段階によって，定量的研究と定性的研究のいずれが必要か，またそのための精度と確度の相対的重要性は異なってくる．

■誤差と有効数字　測定には必ず誤差を伴うから，測定値がどれだけ意味を持つかは常に意識しなければならない．これを明示的に示す方法の一つが**有効数字**である．最小目盛り 1 mm，全長 30 cm の物差しで 1 μm の違いを読み取れると考える人はいないであろう．目的に応じた測定手法が必要なのである．さて，この物差しを使って 15 cm 程度のものの長さを測るなら，0.1 mm の桁まで（目分量）読み取るのが普通である．つまり，このとき，数字として意味を持つのは 4 桁である．同じ 15 cm 程度の長さのものの長さを測って，差を計算する場合には，どうなるだろうか．やはり 0.1 mm より小さい違いはわからないに違いない．たとえば 1.23 mm（3 桁）や 0.34 mm（2 桁）のように，4 桁同士の数の引き算をすると，意味のある数字の桁は減ってしまうわけである．

同じ物差しを使って 10 m 程度のものの長さを測る場合にはどうか．このときに，もし 0.1 mm の桁まで測定できるなら，物差しを移動して目盛りを継ぎ足すことでいくらでも有効数字を増やすことができることになる．残念ながら一般には，この場合，0.1 mm の桁まで読み取ることは困難である．物差しを移動して目盛りを継ぎ足すときには 0.1 mm 程度必ず誤差が伴う．これを繰り返せば不確かさがどんどん大きくなる．また，これとは別に，目盛りそのものがどれくらい正確かも問題になる．もともと目分量で 0.1 mm の桁までしか読み取れなかったのだから，1 mm の目盛りが 1.2 mm である可能性もあったわけである．

測定結果について計算を行う場合，一般には，足し算と引き算では小数点の位置に注意して同じ桁までを残し，かけ算と割り算では有効数字の桁数が同じになるように計算を行う．現在では計算機の利用が普通になったので，実際問

題としては計算過程で有効数字について考慮する必要は少なくなったが，最終結果については適切な有効数字で記載しなければならない．

最近は測定機器がコンピュータ化され測定結果をデジタル表示（数値表示）するものが増えてきた．数字で示されるとその数字が完全に（曖昧さなく）信頼できると思いがちであるが，これは事実に反する．少なくとも最後の桁に幾らかの不確かさを伴う．さらに，絶対値としては（確度としては）3 桁しか信頼できなくても 5 桁の分解能と再現性（精度）を持つような測定器も存在する．機器ごとに様々であるから，仕様を確認しなければならない．有効数字としてどれだけを使うかは，その測定における確度と精度の相対的重要性を勘案して決定する必要がある．

参考書

国際純正・応用化学連合（IUPAC），

「物理化学で用いられる量・単位・記号」

（日本化学会・監修，産業技術総合研究所計量標準総合センター・訳），

講談社サイエンティフィク，2009 年．

ウェブ版（無料）

http://www.nmij.jp/public/report/translation/IUPAC/

一瀬正巳，「誤差論」，培風館，1953 年．

千原秀昭・徂徠道夫編，「物理化学実験法　第 4 版」，東京化学同人，2000 年．